Bewertung von Produkten

Beurteilungsgegenstand (Instrumente)	Form	Anzahl
Produkte zu reichhaltigen Aufgaben z.B. Bearbeitung einer Aufgabe, Bericht, Protokoll, Präsentation, Plakat, Fachgespräch)	Keine Standardergebnisse Individuell oder Kleingruppe Schriftlich oder Präsentation Kriterienbasiert.	2 – 4 mal je Semester, natürlich in den Unterricht integriert
Lernkontrolle z.B. Test, Klassenarbeit, Prüfung Orientierung an Testaufgaben – diese können auch reichhaltig sein.	Standardergebnisse Schriftlich, allenfalls klinisches Interview	2 – 4 mal je Semester, jeweils zu 4 – 7 Wochen Unterricht
Lernprozess, Entwicklung z.B. Portfolio, Lernjournal, Merkheft, Lerngespräch, Reflexion, Verbesserung	Individuell Schriftlich oder Gespräch Kriterienbasiert	1 – 2 mal je Semester Aufgrund von Kriterien.

Herkömmliche Leistungsbeurteilung Mathematik: Testorientierung	**Kompetenzorientierte Leistungsbeurteilung**
Alleine arbeiten	Alleine und im Team arbeiten
Rat einholen nicht vorgesehen	Bei Bedarf Rat einholen / Coach beiziehen
Hilfsmittel eingeschränkt oder vorgegeben	Informationsquellen / Hilfsmittel nach Bedarf
Festgelegte Bearbeitungszeit	Flexible Zeitgefässe
Richtig oder falsch	Kontextbezug, Diskussionsbedarf
Reproduktive Tätigkeiten	Produktive Tätigkeiten
Eingeübte Verfahren, Standardlösungen	Entscheiden, neue Erkenntnisse erschliessen
Verbesserung gemäss Musterlösungen	Konzepte verbessern - individuell
Summativ: Quantitative Kriterien	Summativ und formativ, Qualitative Kriterien

Verdichtung Bewertungsanlässe in eine Gesamtnote je Semester

Lernkontrollen	Beurteilung von Produkten	Prozessbeobachtung
2 – 3 Lernkontrollen Durchschnitt aufgrund von Noten.	2 – 3 bewertete Produkte Jeweils Prädikate ungenügend, genügend, gut oder sehr gut	2 – 3 Prädikate. Jeweils Prädikate ungenügend, genügend, gut oder sehr gut. Sowie allenfalls weitere Beobachtungspunkte.
Durchschnitt Lernkontrollen	Verdichten in eine oder zwei mögliche Zeugnisnoten	
Die beiden Informationen vergleichen und daraus eine Zeugnisnote gewinnen.		

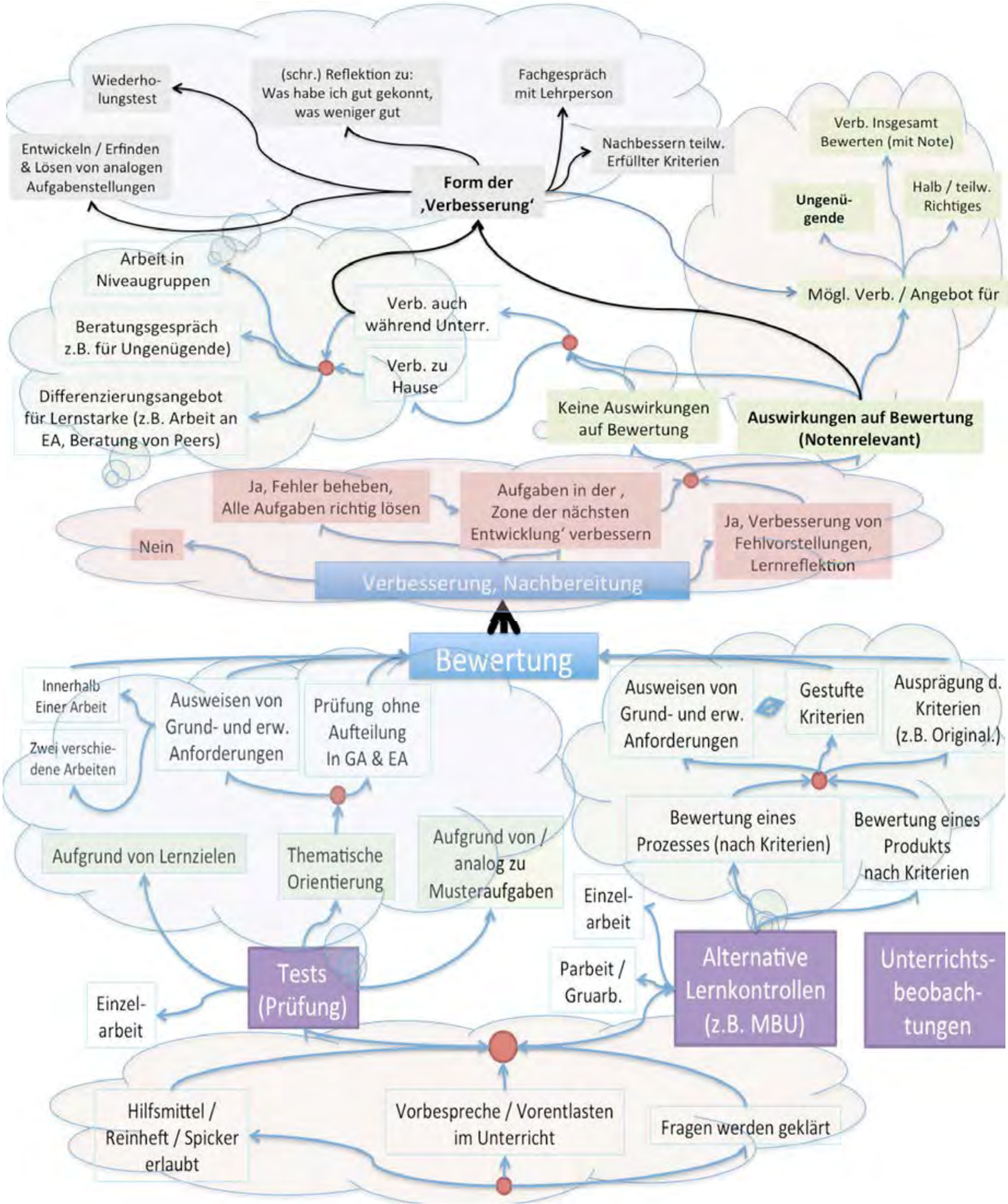
Bsp. 1

Lernkontrollen	Beurteilung von Produkten	Prozessbeobachtung
4; 5; 4,5	Genügend, Gut, sehr gut	gut, gut, genügend.
Semesternote: 4,5	Semesterprädikat: Gut	
Zeugnisnote 5		

Bsp. 2

Lernkontrollen	Beurteilung von Produkten	Prozessbeobachtung
5; 5,5; 4,5	Genügend, Genügend, Gut, ungenügend	Genügend, Gut, Ungenügend
Semesternote: 5	Semesterprädikat: Genügend	
Zeugnisnote 4,5		

Fragen an das Bewertungskonzept



Thema 2 Aufgabe 4: Zahlen finden

Einbettung

<table>
<tr><td colspan="4">Thema</td><td>Zahlenraum, Eigenschaften von Zahlen</td></tr>
<tr><td>LP 21:</td><td>Z&V</td><td>F&R</td><td>GF D&Z</td><td rowspan="4">MA1.A1: erstehen und verwenden Begriffe und Symbole. Sie lesen und schreiben Zahlen
MA1.B1: … Zahl- und Operationsbeziehungen sowie Muster erforschen und Erkenntnisse austauschen.
MA1.B3: …Hilfsmittel beim Erforschen arithmetischer Muster nutzen.
MA1.C1: …Anzahlen, Zahlenfolgen und Terme veranschaulichen, beschreiben und verallgemeinern.</td></tr>
<tr><td>Operieren & Benennen</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Erforschen & Argument.</td><td>XX</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Mathematisieren & Darst.</td><td>X</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">mathwelt 2</td><td>Thema 2: Zahlenraum Themenbuch Aufgabe 4
(gemeinsamer Lernanlass für das 3. bis 6. Schuljahres)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Schweizer Zahlenbuch
Beispiele</td><td>3, Schulbuch S. 28/29: Tausenderbuch
4, Schulbuch S. 22 – 25: Einführung Millionenraum
5, Schulbuch: –
6, Schulbuch: –</td></tr>
<tr><td colspan="4">Mathematik (Zürich):</td><td>3, Themenbuch S. 32 – 35, Zahlen untersuchen
4, Themenbuch S. 32 – 35, Zahlen untersuchen
5, Themenbuch: –
6, Themenbuch: –</td></tr>
<tr><td colspan="4">Literatur</td><td>Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte (Band 1), Zahlen und Ziffern im Tausenderraum, S. 61ff</td></tr>
</table>

Material und Zeitbedarf

Kopiervorlage Tausendertafel und / oder Tausenderbuch zum einfärben, 2 Lektionen.

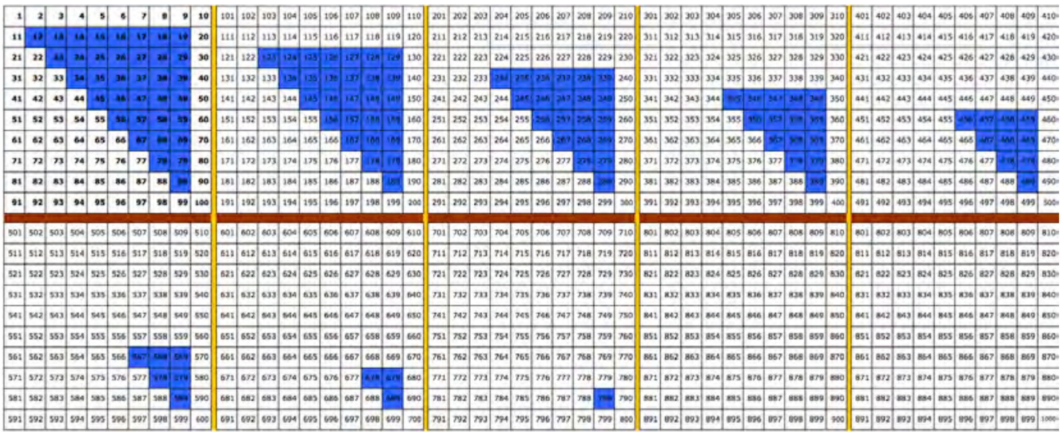
Zur Inszenierung

In der Regel wird es ausreichend sein, die Aufgaben vorzuentlasten. Die einzelnen Aufgabenstellungen werden geklärt, indem 6 Kinder eine (zufällige) dreistellige Zahl nennen. Es wird dann diskutiert, inwiefern diese Zahlen die Kriterien erfüllen – u.U. ist es nötig, einzelne Zahlen etwas zu verändern, damit zumindest 2 – 3 Zahlen die Kriterien erfüllen. Nun werden die Kinder aufgefordert, möglichst systematisch (z.B. mit der kleinstmöglichen Zahl beginnend) Zahlen mit der entsprechenden Eigenschaft zu suchen und auf der Tausendertafel zu markieren.
Alternative: Vier SuS werden gebeten, sich je eine aus zehn Ziffern auszusuchen. Z.B. werden die Ziffern 4, 5, 6 und 8 gewählt. Nun werden die Kinder gefragt, wie viele dreistellige Zahlen (zwischen 100 und 1000) wohl aus diesen vier Ziffern gebildet werden können – einige Kinder geben ihre Schätzung ab, diese werden notiert. Um es genau herauszufinden, müssen wir wohl alle Zahlen notieren oder auf der Zahlentafel markieren. Wir gehen mit der Klasse möglichst systematisch vor – wir suchen die kleinste dieser Zahlen und markieren Sie auf einer grossen Tausendertafel (z.B. kann die Kopiervorlage projiziert werden und entsprechende Zahlen mit Magneten oder kleinen Postit's an der Tafel markiert werden). Nachdem 444 markiert wurde, suchen wir immer grössere Zahlen mit der gleichen Eigenschaft. Nachdem zwischen 400 und 500 alle 16 Zahlen gefunden wurden, fragen wir, nach Zahlen zwischen 500 und 600 – auch hier wird es 16 Zahlen bestehend aus den Ziffern 4, 5, 6 und 8 geben. Insgesamt erhalten wir so 4 • 16 = 64 Zahlen.
Bevor die Kinder eigenständig arbeiten, werden die drei Aufgaben vorentlastet, indem geklärt wird, welche Zahlen überhaupt zu der entsprechenden Eigenschaft passen.

Zur Sache

Die Aufgabe stärkt und fördert das Vorstellungsvermögen zu Zahlen, trägt zur Begriffsbildung bei und fördert das Bewusstsein für das Zehnersystem.
Die Lernenden stützen sich bei der Arbeit auf das Tausenderbuch – dadurch werden vorerst arithmetische Eigenschaften in geometrischen Mustern sicht- und interpretierbar.
Es werden in einem vorgegebenen Zahlenraum – vorerst im 1000er-Raum – Zahlen mit bestimmten Eigenschaften markiert. In einem zweiten Schritt wird nach Möglichkeit durch geschicktes Zählen oder Rechnen die Anzahl Zahlen mit der gleichen Eigenschaft bestimmt. Die Anzahlen liessen sich (im Gymnasium) jeweils mit kombinatorischen Überlegungen ohne Stütze auf das 1000er Buch lösen. Auf der Primarstufe ist das jedoch kein Thema.

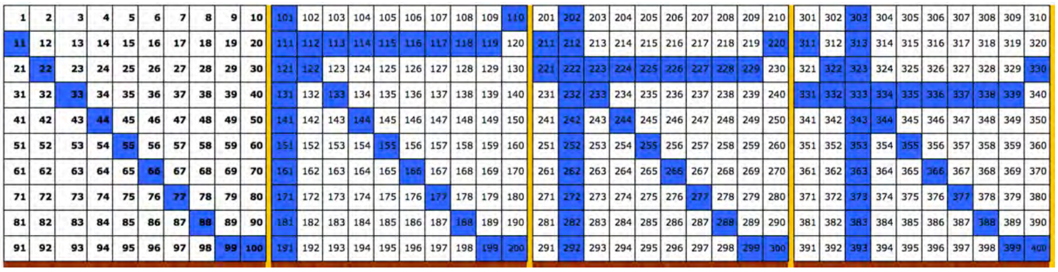
Aufgabe A: Zahlen mit aufsteigender Ziffernfolge: Die kleinste Zahl ist 12 (bzw. 012), die grösste 789. Prinzipiell lassen sich zu drei zufällig gezogenen Ziffern (z.B. 3, 8, 4 oder 7, 0, 2) immer genau eine Zahl mit aufsteigender Ziffernfolge bilden (348 oder 027). Insofern stellt sich die Fragen, auf wie viele Arten drei verschiedene Ziffern gezogen werden können. Dies ist auf 10 • 9 • 8 / 3 • 2 = 120 Arten möglich. In der Regel werden die Kinder die entsprechenden Zahlen jedoch färben, wobei sich ein überraschendes Muster erschliesst:



Die entsprechende Anzahl kann auf verschiedene Arten bestimmt werden. Beispiele:
1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 = 120
8 • 1 + 7 • 2 + 6 • 3 + 5 • 4 + 4 • 5 + 3 • 6 + 2 • 7 + 1 • 8 = 2 •(8 + 14 + 18 + 20) = 120
(36 + 28) + (21 + 15) + (10 + 6) + (3 + 1) = 64 + 36 + 16 + 4 = 8 • 8 + 6 • 6 + 4 • 4 + 2 • 2 = 120

Zwischen 1000 und 10'000 gibt es 210 Zahlen mit aufsteigender Ziffernfolge.

Aufgabe B
Zahlen mit 2 oder 3 gleichen Ziffern. Die Frage ist einfacher zu beantworten, wie viele Zahlen mit 3 verschiedenen Ziffern es gibt. Zwischen 100 und 1000 gibt es 9 • 9 • 8 = 648 Zahlen mit drei verschiedenen Ziffern, bei 900 – 648 = 252 Zahlen sind daher mindestens 2 Ziffern gleich. Dazu kommen die 10 Zahlen zwischen 11 und 100 mit 2 gleichen Ziffern, insgesamt also 262 Zahlen.



Entsprechend der obenstehenden Abbildung ergeben sich mit Ausnahme des 1. Hunderters jeweils 28 markierte Zahlen je 100er Tafel. Dabei sind jeweils 10 Zahlen, mit gleichem 100er und Zehner, 9 zusätzliche Zahlen mit gleichem Hunderter wie einer Einer, 8 zusätzliche Zahlen mit gleichem Zehner wie Einer sowie der volle 100er. Daraus folgt die Rechnung 9 • (10 + 9 + 8 + 1) + 10 = 9 • 28 + 10 = 26
Die Ziffer 3 kommt in den Zahlen von 1 bis 1000 300 mal vor. Wir verzichten auf dieser Stelle auf eine ausführliche Herleitung.

Aufgabenstellung

Markiere Zahlen mit der entsprechenden Eigenschaft. Zähle die Anzahl solcher Zahlen geschickt aus.

A Wie viele Zahlen mit aufsteigender Ziffernfolge von 0 bis 1'000 gibt es?
Solche Zahlen sind 279, 345, 56 und 478. Aber nicht 566 und schon gar nicht 543.
Markiere alle solche Zahlen auf der 1000er-Tafel.
Finde eine Addition, mit der du die Anzahl berechnen kannst.

\+ Wie viele solche Zahlen gibt es wohl zwischen 1000 und 10'000?

B Wiederhole die Aufgabe mit einer der folgenden Fragen:
- Wie viele Zahlen mit zwei oder drei gleichen Ziffern zwischen 0 und 1000 gibt es?
- Wie oft kommt die Ziffer ‚3' in allen Zahlen zwischen 1 und 1000 vor?

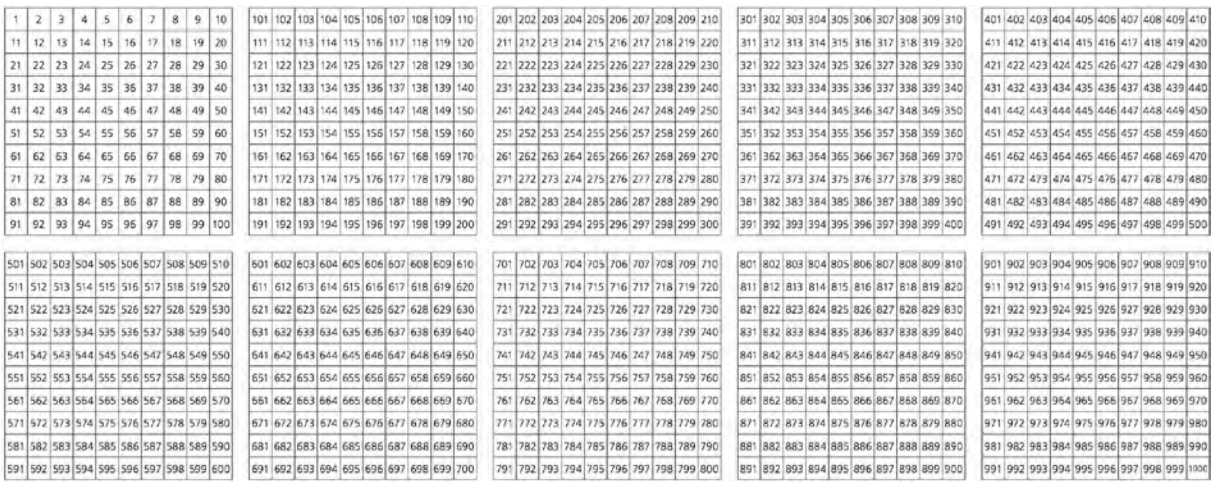
C Finde selbst eine Zahleigenschaft und bestimme, wie viele Zahlen diese Eigenschaft erfüllen.

Kriterien für die 3./4. Kl.

Anspruchsniveau	Bezug zu Aufgabe (A/B/C), Kriterien		LP 21
Schwerpunkt Bearbeitung 3. Kl. 4. Kl. ●○○○ Alle	A	Auf der 1000er-Tafel zu einem Beispiel entsprechende Zahlen anfärben.	M&D
	A	Zahlen so markieren, dass eine Regelmässigkeit sichtbar ist (Bedeutung des Stellenwerts).	E&A
○●○○ Viele	A	Die Anzahl der markierten Zahlen zu einem Beispiel mit einer Rechnung bestimmen. Das Ergebnis stimmt ungefähr (Anzahl ± 30).	M&D
	AB	Mindestens 2 verschiedene Aufgaben bearbeiten.	E&A
○○●○ Einige	C	Eine eigene Frage untersuchen und dabei ein systematisches, weitgehend korrektes Vorgehen zeigen.	M&D
	AB	Eine der drei Anzahlen (fast) korrekt bestimmen (± 5).	E&A

Kriterien für die 5./6. Kl.

Anspruchsniveau	Bezug zu Aufgabe (A/B/C), Kriterien		LP 21
Schwerpunkt Bearbeitung 5. Kl. 6. Kl. ○●○○ Alle	A	Zahlen so markieren, dass eine Regelmässigkeit sichtbar ist (Bedeutung des Stellenwerts).	E&A
	AB	Die Anzahl markierter Zahlen zu einem Beispiel wird mit einer Rechnung (in der Regel Addition oder Addition und Multiplikation) bestimmt. Die Anzahl stimmt auf 50 genau.	M&D
○○●○ Viele	AB	Eine der drei Anzahlen weitgehend korrekt bestimmen (± 20).	E&A
	C	Eine eigene Frage untersuchen und dabei ein systematisches, weitgehend korrektes Vorgehen zeigen.	E&A
○○○● Einige	ABC	Zu mindestens einer Frage die korrekten Zahlen markieren. Es ist sichtbar, wie die Färbung in eine Rechnung übertragen wird, der Rechenweg ist korrekt. *(ein entsprechendes Beispiel ist in der Sachanalyse unter der Abbildung zu Aufgabe B aufgeführt).*	M&D
	A	Die Beobachtung bei Aufgabe A auf den Zahlenraum 1000 bis 10'000 übertragen und weitgehend richtig schliessen *(zwischen 1000 und 2000 sind es gleich viele wie zwischen 200 und 1000, zwischen 2000 und 3000 gleich viele wie zwischen 300 und 1000).*	E&A



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230
231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250
251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270
271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290
291	292	293	294	295	296	297	298	299	300

301	302	303	304	305	306	307	308	309	310
311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330
331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350
351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370
371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390
391	392	393	394	395	396	397	398	399	400

401	402	403	404	405	406	407	408	409	410
411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
421	422	423	424	425	426	427	428	429	430
431	432	433	434	435	436	437	438	439	440
441	442	443	444	445	446	447	448	449	450
451	452	453	454	455	456	457	458	459	460
461	462	463	464	465	466	467	468	469	470
471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486	487	488	489	490
491	492	493	494	495	496	497	498	499	500

501	502	503	504	505	506	507	508	509	510
511	512	513	514	515	516	517	518	519	520
521	522	523	524	525	526	527	528	529	530
531	532	533	534	535	536	537	538	539	540
541	542	543	544	545	546	547	548	549	550
551	552	553	554	555	556	557	558	559	560
561	562	563	564	565	566	567	568	569	570
571	572	573	574	575	576	577	578	579	580
581	582	583	584	585	586	587	588	589	590
591	592	593	594	595	596	597	598	599	600

601	602	603	604	605	606	607	608	609	610
611	612	613	614	615	616	617	618	619	620
621	622	623	624	625	626	627	628	629	630
631	632	633	634	635	636	637	638	639	640
641	642	643	644	645	646	647	648	649	650
651	652	653	654	655	656	657	658	659	660
661	662	663	664	665	666	667	668	669	670
671	672	673	674	675	676	677	678	679	680
681	682	683	684	685	686	687	688	689	690
691	692	693	694	695	696	697	698	699	700

701	702	703	704	705	706	707	708	709	710
711	712	713	714	715	716	717	718	719	720
721	722	723	724	725	726	727	728	729	730
731	732	733	734	735	736	737	738	739	740
741	742	743	744	745	746	747	748	749	750
751	752	753	754	755	756	757	758	759	760
761	762	763	764	765	766	767	768	769	770
771	772	773	774	775	776	777	778	779	780
781	782	783	784	785	786	787	788	789	790
791	792	793	794	795	796	797	798	799	800

801	802	803	804	805	806	807	808	809	810
811	812	813	814	815	816	817	818	819	820
821	822	823	824	825	826	827	828	829	830
831	832	833	834	835	836	837	838	839	840
841	842	843	844	845	846	847	848	849	850
851	852	853	854	855	856	857	858	859	860
861	862	863	864	865	866	867	868	869	870
871	872	873	874	875	876	877	878	879	880
881	882	883	884	885	886	887	888	889	890
891	892	893	894	895	896	897	898	899	900

901	902	903	904	905	906	907	908	909	910
911	912	913	914	915	916	917	918	919	920
921	922	923	924	925	926	927	928	929	930
931	932	933	934	935	936	937	938	939	940
941	942	943	944	945	946	947	948	949	950
951	952	953	954	955	956	957	958	959	960
961	962	963	964	965	966	967	968	969	970
971	972	973	974	975	976	977	978	979	980
981	982	983	984	985	986	987	988	989	990
991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000

Thema 3, Zahlen aus Ziffern:

Einbettung im Unterricht

Thema				Stellenwertsystem, Ziffern, Zahlenraumerweiterung
LP 21:	Z&V	F&R	GF D&Z	MA1.B1: … Zahl- und Operationsbeziehungen sowie Muster erforschen und Erkenntnisse austauschen. MA1.B3: …Hilfsmittel beim Erforschen arithmetischer Muster nutzen. MA1.C1: …Anzahlen, Zahlenfolgen und Terme veranschaulichen, beschreiben und verallgemeinern.
Operieren & Benennen				
Erforschen & Argument.	XX			
Mathematisieren & Darst.	X			
mathwelt 2				Thema 3: Zahlen aus Ziffern, Themenbuch Aufgabe 2 (gemeinsamer Lernanlass für Lernende des 3. bis 6. Schuljahres)
Schweizer Zahlenbuch Beispiele				3, Schulbuch S. 30/31: Stellentafel, Ziffernkarten 4, Schulbuch S. 28/29: Stellentafel, Ziffernkombinationen 5, Schulbuch: – 6, Schulbuch: –
Mathematik (Zürich):				3, Themenbuch S. 32 – 35, Zahlen untersuchen 4, Themenbuch S. 32 – 35, Zahlen untersuchen 5, Themenbuch: – 6, Themenbuch: –
Literatur				Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte (Band 1), Zahlen und Ziffern im Tausenderraum, S. 61ff

Zur Inszenierung

Ein Kind zieht aus den 20 Ziffernkarten 3 Ziffernkarten. Ist die erste Ziffer eine 0, wird sie zurückgelegt. Die Ziffern werden in der gezogenen Reihenfolge in der Stellentafel an der Wandtafel notiert. Die entsprechende 3-stellige Zahl kann ebenso auf dem Rechenstrich dargestellt werden.
Nun ziehen zwei Kinder jeweils fünf Ziffernkarten. Diese werden an die WT gepint oder notiert. Mit drei dieser Ziffernkarten bilden sie eine dreistellige Zahl, die möglichst nahe an der gezogenen Zahl liegen soll. Es stellen sich dabei mehrere Fragen:

- Wie komme ich mit meinen Ziffern in die Nähe der Zielzahl? Die Wahl des 100ers ist dabei entscheidend.
- Welche beiden Ziffern werden nicht benötigt?

Die beiden besten Zahlen werden notiert und es wird bestimmt, wessen Zahl näher liegt.
Dazu können Zielzahl sowie die beiden Spielzahlen auf dem Rechenstrich dargestellt und die Differenzen bestimmt werden.
Den Kindern wird gezeigt, wie die Spielrunden protokolliert werden, wobei beide Kinder die Protokolle schreiben. Bei Bedarf kann dazu eine Kopiervorlage verwendet werden. Die Kinder spielen jeweils 4 - 7 Spielrunden.
Nachdem einige Spielrunden gespielt wurden, machen sich die Kinder an die Einzelarbeit. Nun werden Ihnen die Bewertungskriterien bekannt gegeben, wobei sich die einfachen Kriterien bereits unmittelbar aus den Spielprotokollen ergeben. Bei der Bearbeitung der Spielsituationen geht es insbesondere darum,

- 1 – 2 Spielsituationen auf dem Rechenstrich einzuzeichnen und Differenzen zu bestimmen.
- Spielsituationen gemäss den Kriterien selbst zu konstruieren.

Zur Sache

Oft kann bei einer Spielrunde auf einen Blick entschieden werden, wer gewinnt, da der erste Stellenwert entscheidend ist. Falls die nähere Zahl aufgrund der Stelle im Hunderter (bzw. bei der anspruchsvolleren Version im T oder ZT) nicht geklärt werden kann, sucht man nach einem Zehner mit möglichst kleiner Differenz. Falls der Hunderter um eins grösser als in der Zielzahl ist, legt man die beiden kleinsten Ziffern auf Zehner und auf Einer. Falls der Hunderter um eins (oder mehr) kleiner ist als die Zielzahl legt man die beiden grössten Ziffern in Zehner und Einer.

Vorlage und Kriterien für 3./4. Klasse

2 **Wer legt die nähere Zahl? Spiel für zwei**

●●●● **A**

3.1

Spiel mit zwei Mal zehn Ziffernkarten.

Pipo und Manu ziehen aus den 20 Karten drei Ziffern (z.B. 2, 8, 7) und legen die Ziffern in die Stellentafel (→ 287). Nun ziehen Pipo und Manu je fünf Karten.
Sie wählen drei davon und bilden damit eine dreistellige Zahl, die möglichst nahe bei 287 liegt. Manu gewinnt. Seine Zahl liegt näher bei 287.

	H	Z	E
Gezogene Zahl: 287	2	8	7
Pipo zieht 9, 6, 1, 4, 3. Er legt 196.	1	9	6
Manu zieht 0, 3, 7, 5, 9 Er legt 305.	3	0	5

Kriterien für die 3./4. Kl.

Anspruchsniveau		Bezug zu Aufgabe (A/B/C), Kriterien	LP 21
Schwerpunkt Bearbeitung 3. Kl. 4. Kl.	●○○○ Alle	A1 Das Spiel spielen und protokollieren, die Zahlen auf dem Rechenstrich in der richtigen Reihenfolge darstellen. A2 Mehrmals die bestmögliche Ziffer für den 100er wählen.	M&D E&A
	○●○○ Viele	A3 Die beiden Differenzen mehrmals korrekt auf dem Rechenstrich darstellen. (Falls Kriterium 3 erfüllt → Kriterium 1 auch erfüllt) A4 Mehrmals mit den gezogenen Ziffern die beste Zahl legen. (Kriterium 4 erfüllt → Kriterium 2 auch erfüllt)	M&D E&A
	○○●○ Einige	B1 Eine Spielsituation konstruieren, die unentschieden ausgeht (Bsp: 193 – 247 – 301) A5 Beschreiben, wie zu einer bestimmten Zahl und den gezogenen Ziffern die nächstmögliche Zahl gelegt wird.	E&A M&D E&A

Vorlage und Kriterien für 5./6. Klasse

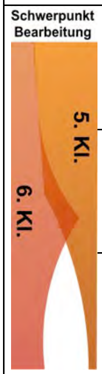
○○●● **C**

Spielt mit 2 Mal zehn Ziffernkarten.

Pipo und Manu ziehen vier Ziffern und legen sie auf eine beliebige Stelle (3609,1).
Beide ziehen sechs Ziffern und legen eine Zahl möglichst nahe 3609,1.

	ZT	T	H	Z	E	z	h
Gezogene Zahl: 3609,1	0	3	6	0	9	1	0
Pipo zieht 8, 5, 6, 2, 2. Er legt 2865.	0	2	8	6	5	0	0
Manu zieht 4, 0, 7, 5, 6. Er legt 4007,06.	0	4	0	0	7	0	6

Kriterien für 5. / 6. Kl.

Anspruchsniveau	Bezug zu Aufgabe (A/B/C/D), Kriterien zum Erfüllen der Aufgabe	LP 21
 ○●○○ Alle	C1 Das Spiel spielen und protokollieren, die Zahlen auf dem Rechenstrich in der richtigen Reihenfolge darstellen. C2 Ziffern nach dem Komma legen und die Zahlen korrekt notieren. Das Spiel auf dem Rechenstrich darstellen und entscheiden, wer gewinnt.	M&D M&D
○○●○ Viele	C3 Die Wahl der ersten Ziffer in der vordersten Stelle begründen (im abgebildeten Fall die 4 oder die 2). C4 Mehrmals gebrochene Differenzen richtig bestimmen. (Kriterium C4 erfüllt → Kriterium C1 auch erfüllt)	E&A O&B
○○○● Einige	D1 Eine Spielsituation mit gebrochenen Zahlen konstruieren, die unentschieden ausgeht (Bsp: 193,4 – 247,6 – 301,8) . C5 Beschreiben, wie zu einer bestimmten (gebrochenen) Zahl und den gezogenen Ziffern die nächstmögliche Zahl gelegt wird (Achtung: das ist nicht analog dem Spiel mit ganzen Zahlen, da hier Stellen leer bleiben).	E&A E&A M&D

Zahl unter 10'000 / Zahl unter 10

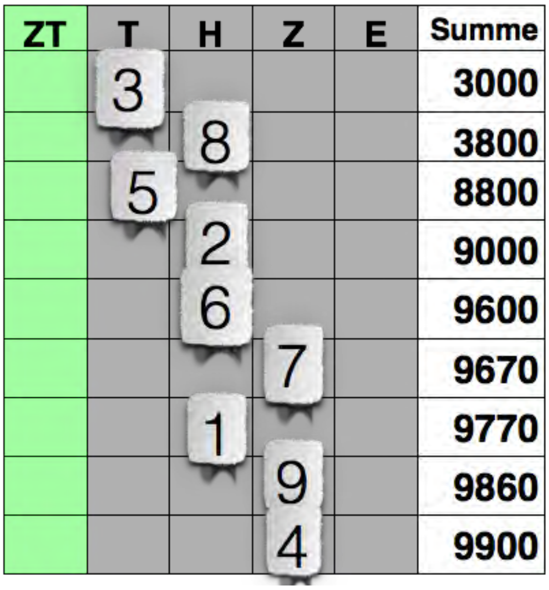
Zur Inszenierung

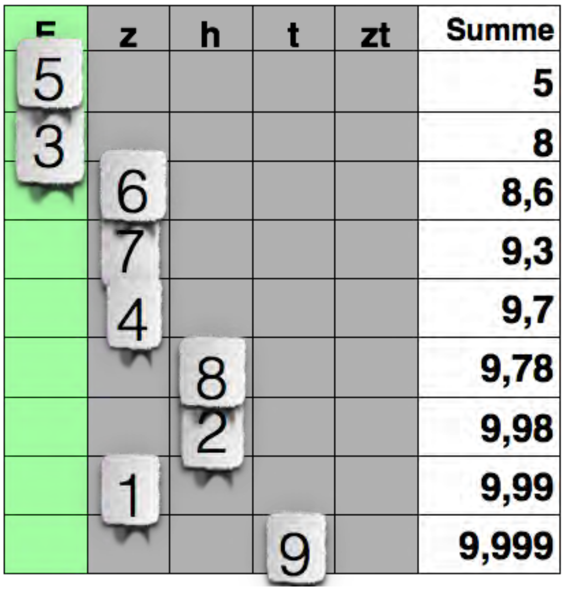
Eine Stellenwerttafel wird an der Wandtafel oder mit dem Beamer vorbereitet – man kann etwa eine entsprechende Excel-Tabelle vorbereiten und an die Wandtafel projizieren.
Ein Kind mischt die 9 Ziffernkarten und zieht eine der Ziffernkarten. Diese muss an der vordersten Stelle (den Einern) notiert werden, da die maximale Summe nicht erreicht werden kann. Ab der nächsten Ziffer muss jedoch immer überlegt werden, ob sie in den Einern, in den Zehnteln und ab der 3. Ziffer allenfalls in den Hundertsteln gelegt werden muss. Das Prinzip ist immer gleich: Ein möglichst grosser Stellenwert, ohne die Gesamtsumme 10 zu überschreiten.
Daher wird mit jeder gezogenen Ziffer die Zwischensumme notiert.
Die Kinder werden nun vorzugsweise zu zweit, aufgefordert, selbst einige Summen zu berechnen. Die erreichten Summen werden an die Wandtafel geschrieben, wobei eine Statistik angestrebt werden kann: Welches Ergebnis wurde wie oft erreicht.
Da alle Ergebnisse durch 9 teilbar sind – und daher eine Ziffernsumme von 9, 18, 27 oder 36 aufweisen, lassen sich unmögliche Ergebnisse schnell aufdecken.

Zur Sache

Bei dieser Aufgabe werden 9 Ziffernkarten benötigt – die 0 wird beiseitegelegt. Wenn die 9 Ziffernkarten zufällig gezogen werden, sind 9! = 9 • 8 • 7 … • 2 • 1 = 362'880 Reihenfolgen möglich. Erstaunlicherweise sind aber nur wenige Ergebnisse denkbar.
In etwa 75% der Fälle ergibt sich 9,9; 9,99 oder 9,999 als Ergebnis, wobei 9,99 am wahrscheinlichsten ist. In etwa 3% der Fällen kann das Spiel nicht zu Ende gespielt werden – etwa bei einer Zwischensumme von 9.996 und der Ziffernkarte 5.
In allen übrigen Fällen ergeben sich Vielfache von 0,009 – bzw. Ergebnisse in der 9er Reihe (falls man mit den Stellenwerten T, H, Z und E spielen würde.

Die Erklärung ist den meisten Lernenden des 2. Lernzyklus nicht zugänglich, soll aber hier in aller Kürze anhand der Stellenwerte T, H, Z, und E umrissen werden. Die Summe aller 9 Ziffernkarten ist 45. 45 ist ein Vielfaches von 9. Betrachten wir den Beitrag einer einzelnen Ziffernkarte, etwa der 3. Wenn die 3 durch 9 dividiert wird, ist der Rest bei der Division durch 9 immer 3 – unabhängig von der Stelle an der sie steht: 3 : 9 = 0 R3; 30 : 9 = 3 R3; 300 : 9 = 33 R 3; 3000 : 9 = 333 R 3 …
Da sich alle Ziffern bei der Division durch 9 analog verhalten, kann man die Ziffernwerte addieren, um herauszufinden, welcher Rest bei der Division durch 9 übrigbleibt. Die Summe der Ziffern ist 45, 45 ist ein Vielfaches von 9. Daher sind alle Summen, die mit den 9 Ziffern gebildet werden, Vielfache von 9 unabhängig von den Stellen, an denen die Ziffern stehen.





Mische die 9 Ziffernkarten 1, 2, 3, …, 9 und ziehe eine nach der andern. Lege die Ziffernkarten in die Stellentafel und addiere fortlaufend (Spalte Summe). Lege die gezogenen Ziffernkarten immer an die grösstmögliche Stelle. Die Summe darf aber nie grösser als 10000 (10) werden.
Ziehe nun die Ziffernkarten nach deinem eigenen Plan. In welcher Reihenfolge ziehst du?

1 Ziehe so, dass du nach 7 Ziffern / nach 8 Ziffern genau **10000 (10)** erreichst.
2 Ziehe so, dass du nach 9 Ziffern die Summe 9999 (9,999(erhältst.
3 Ziehe so, dass du nach 9 Ziffern eine Zahl kleiner als 9700 erreichst.
4 Nimm eine weitere Ziffer dazu. Nun ist eine Ziffer doppelt vorhanden. Ziehe so, dass du nach allen 10 Ziffern die Summe 10000 erreichst.

	Beurteilte Tätigkeiten	Kriterien zum Erfüllen der Aufgabe
Alle	Ziffern legen, Zahlen addieren	
Viele	Spielregeln befolgen	
Viele	Mögliche Ergebnisse finden und beschreiben	
Einige	Nach Plan ziehen	
Einige	Nach Plan ziehen	

Thema 4 Geld, Aufgabe 4

Einbettung im Unterricht

<table>
<tr><td colspan="4">Thema</td><td>Geld, Zählen in Schritten</td></tr>
<tr><td>LP 21:</td><td>Z&V</td><td>F&R</td><td>GF D&Z</td><td rowspan="4">MA1.A2: … flexibel zählen, Zahlen nach der Grösse ordnen und Ergebnisse überschlagen
MA1.A3: … addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren und potenzieren
MA1B1: …Zahl- und Operationsbeziehungen sowie Muster erforschen und Erkenntnisse austauschen
MA3.A2: …Grössen schätzen, messen, umwandeln, runden und mit ihnen rechnen.
MA1.B3: …Hilfsmittel beim Erforschen arithmetischer Muster nutzen.
MA1.C1: …Anzahlen, Zahlenfolgen und Terme veranschaulichen, beschreiben und verallgemeinern.</td></tr>
<tr><td>Operieren & Benennen</td><td>x</td><td></td><td>x</td></tr>
<tr><td>Erforschen & Argument.</td><td></td><td></td><td>x</td></tr>
<tr><td>Mathematisieren & Darst.</td><td></td><td></td><td>x</td></tr>
<tr><td colspan="4">mathwelt 2</td><td>Thema 4: Geld, Aufgabe 4
(gemeinsamer Lernanlass für Lernende des 3. bis 6. Schuljahres)</td></tr>
<tr><td colspan="4">Schweizer Zahlenbuch Beispiele</td><td>3, Schulbuch S. 36 - 39: Geld
4, Schulbuch S. 70/71: Im Einkaufszentrum
5, Schulbuch: S.54/55: Preistabellen, Preisberechnungen

6, Schulbuch: –</td></tr>
<tr><td colspan="4">Mathematik (Zürich):</td><td>3, Themenbuch S. 104 - 107, Geld
4, Themenbuch: –
5, Themenbuch: –
6, Themenbuch: –</td></tr>
<tr><td colspan="4">Literatur</td><td>Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte (Band 1), Zahlen und Geldbeträge bilden und ordnen, S.55 ff</td></tr>
</table>

Material und Zeitbedarf

Spielgeld jeweils für 2 Kinder:
3 Scheine zu 10.–
3 Scheine zu 20.–
3 Scheine zu 50.–
3 Scheine zu 100.–
3 Scheine zu 200.–
Mindestens 1 Lektion

Zum Vorgehen

Zwei Lernende setzen sich an einen Tisch. Das Ältere Kind (bzw. in späteren Runden das Kind, das die letzte Runde gewonnen hat) nennt einen beliebigen 10er-Betrag zwischen 30.– und 800.– CHF, das jüngere Kind (bzw. in späteren Runden das Kind, das die letzte Runde verloren hat) bestimmt, wer beginnt.
Die Kinder legen nun abwechselnd einen der vorhandenen Geldscheine auf den Stapel, bis der Betrag erreicht ist, dabei wird die vorhandene Summe laufend addiert.
Wird der Zielbetrag übertroffen, verliert das Kind, das den letzten Schein genommen hat. (Bsp. Spielziel 100 Fr.: 20 + 20 + 20 + 10 + 10 + 10 alle 10er und 20er – Noten sind aufgebraucht. Mit dem nächsten Zug liegen daher mehr als 100 Franken auf dem Tisch).

Beispiel: Der Betrag 130.– CHF wird bestimmt.
A will beginnen und zieht als erstes CHF 50.–. B zieht ebenfalls 50.–, worauf A 10.– und B 20.– zieht. B gewinnt damit das Spiel.
Das entsprechende Spielprotokoll sieht wie folgt aus:

Zielbetrag: 130.
A: 50.–
B: 50 + 50 = 100.–
A: 100 + 10 = 110.–
B: 110 + 20.– = 130.–
B gewinnt

B hat gewonnen. In der nächsten Runde nennt B den Betrag, A entscheidet, wer beginnt.
Bevor die Lernenden einige Runden spielen, werden die Regeln nochmals erklärt. Sie werden ermutigt nachzufragen, Es ist wichtig, dass die Lernenden jede Spielrunde protokollieren.
Nach einigen Spielzügen werden die Kriterien zur Bewertung bekannt gegeben und die Lernenden bearbeiten eigenständig Aufgabe C und D. Für Lernende der Klasse 5 und 6 kann das Spiel von Anfang an zusätzlich mit Geldstücken zu 5, 2 und 1 Fr. gespielt werden.

Zur Sache

Mit Geld umgehen zu können bzw. Geldbeträge ohne grosse kognitive Anstrengungen auszuzählen oder gar zu überschlagen gehört zu den grundlegenden Tätigkeiten, über die jeder mündige Bürger verfügen sollte. Dies wird bei diesem Spiel geübt, wobei Beträge geschickt – im Stil eines Nim-Spiels ausgezählt werden.
Zu vielen Beträgen gibt es eindeutige Gewinnstrategien.

1. Bei folgenden Beträgen gewinnt bei geschicktem Spiel das Kind, das beginnt:
   40.- (10 + 10 + 20 oder 10 + 20 + 10)
   70.– (3 Scheine bis 40, dann noch 20 + 10 oder 10 + 20 oder 10 + 50 + 10)
   80.– (50 + 20 + 10 oder 50 + 10 + 20)
   110.– (50 + 20 + 10 + 10 + 20 oder 50 + 50 + 10 oder 50 + 10 + 50)
   130.– (100 + 10 + 20 oder 100 + 20 + 10)
   230.– (200 + 10 + 20 oder 200 + 20 + 10)

2. Bei folgenden Beträgen gewinnt bei geschicktem Spiel das Kind, das nicht beginnt:
   30.– (10 + 20 oder 20 + 10)
   60.– (zwei mal 30)
   90.– (3 mal 30 oder 50 + 10 + 20 + 10 oder 50 + 10 + 10 + 20).
   120.– (mit dem zweiten Schein kann Kind B den Restbetrag auf 90 oder 60 reduzieren)

Aufgabenstellung

Spielgeld jeweils für 2 Spielende:
3 Scheine zu 10.–
3 Scheine zu 20.–
3 Scheine zu 50.–
3 Scheine zu 100.–
3 Scheine zu 200.–

Zuerst wird ein Zielbetrag vereinbart (max. 1'000 CHF, mit Geldscheinen erreichbar)
Die beiden Spielenden ziehen nun abwechslungsweise einen der Geldscheine und legen den Schein auf den Stapel. Die Summe der Scheine auf dem Stapel wird laufend addiert.

In der ersten Spielrunde nennt A den Zielbetrag, B bestimmt, wer beginnt. In den weiteren Runden nennt den Zielbetrag, wer die letzte Runde verloren hat. Die andere Spielerin / der andere Spieler entscheidet, wer beginnt,
A beginnt, B bestimmt den Zielbetrag.
B hat die letzte Spielrunde verloren.

Beispiel: Der Betrag 130.– CHF wird bestimmt.
A will beginnen und zieht als erstes CHF 50.–. B zieht ebenfalls 50.–, worauf A 10.– und B 20.– zieht.
B gewinnt damit das Spiel.
Das entsprechende Spielprotokoll sieht wie folgt aus:

Zielbetrag: 130.

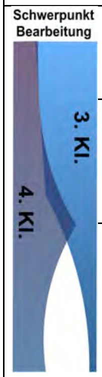
A: 50.–	
	B: 50 + 50 = 100.–
A: 100 + 10 = 110.–	
	B: 110 + 20.– = 130.–
	B gewinnt

A Spielt einige Runden, protokolliert beide die Spielrunden.
B Diskutiert eure Spiele. Wo hätte jemand von euch besser spielen können und so eine Runde gewinnen können, die sie oder er verloren hat?

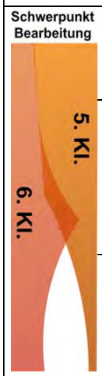
C Bei welchen Geldbeträgen sollte man beginnen können, bei welchen ist es besser, wenn man nicht beginnt?
D Was ändert, wenn von jedem Geldschein nur 2 Stück zur Verfügung stehen?

Allenfalls nur für 5. und 6. Klasse:
E Nehmt je 4 Geldstücke dazu: Jeweils zu 5.–, 2.– und 1.– und spielt das Spiel erneut. Nun ist jeder ganzzahlige Betrag zwischen 30.–CHF und 800.– CHF erlaubt.
Behauptung: Bei 31.– bei 32.– und bei 35.– Franken gewinnt bei klugem Spiel immer, wer beginnt. Weshalb ist das so? Findet zu anderen Beträgen weitere Strategien. (Achtung: Von jedem Geldstück gibt es nur 4 Stück).

Kriterien für die 3./4. Kl.

Anspruchsniveau	Bezug zu Aufgabe (A/B/C), Kriterien	LP 21
 ●○○○ Alle	A1 Das Spiel nach den Regeln spielen und protokollieren. A2 Merken, wann das Spiel zu Ende ist. Insbesondere, wenn mit einem Geldschein die Summe grösser wird als der geforderte Betrag.	M&D O&B
○●○○ Viele	C1 Mindestens zwei Beträge finden, mit dem man besser nicht die erste Note zieht. C2 Mindestens 2 Beträge finden, bei denen man beginnen sollte (keine Beträge, die mit einer Note erreicht werden können).	M&D E&A
○○●○ Einige	B1 Die eigenen Protokolle untersuchen. Bei mindestens 2 Runden korrekt kommentieren, ob klug gespielt wurde. D1 Mindestens eine korrekte Aussage zur Frage, was sich ändern würde, wenn von jedem Geldschein nur 2 Stück vorhanden sind (die Gewinnstrategie zu einigen Beträgen würde sich ändern	M&D E&A

Kriterien für die 5./6. Kl.

Anspruchsniveau	Bezug zu Aufgabe (A/B/C/D), Kriterien zum Erfüllen der Aufgabe	LP 21
 ○●○○ Alle	A1 Das Spiel korrekt protokollieren. C1 Mindestens zwei Beträge finden, mit dem man besser nicht die erste Note zieht.	M&D E&A
○○●○ Viele	C2 Mindestens 2 Beträge finden, bei denen man beginnen sollte (keine Beträge, erlaubt, die mit einer Note erreicht werden können; 10, 20, 50) Aufgabe D. B1 Die eigenen Protokolle untersuchen. Bei mindestens 2 Runden korrekt kommentieren, ob klug gespielt wurde (Aufgabe C)	E&A E&A
○○○● Einige	E1 Die Behauptung begründen. E2 Zum Spiel mit Münzen überzeugende Gewinnstrategien entwickeln – das Spiel wird wesentlich komplexer, dies muss in der Argumentation sichtbar sein, auch wenn diese nicht in jedem Fall mathematisch korrekt ist.	E&A E&A